INSTITUT DES HAUTES ÉTUDES SCIENTIFIQUES

SÉMINAIRE DE GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE

1963-64

COHOMOLOGIE ÉTALE DES SCHÉMAS

PAR

MICHAEL ARTIN ET ALEXANDER GROTHENDIECK

FASCICULE 1

PAR JEAN-LOUIS VERDIER

Indiquons brièvement comment on peut étendre ces résultats au cas des familles de supports. Soit E un topos. Pour tout objet X de E, on désignera par $\Omega(X)$ l'ensemble des ouverts du topos E/X i.e. l'ensemble des sous-objets de X (exposé IV, N°1). Le préfaisceau $\Omega : X \rightsquigarrow \Omega(X)$ est en fait un faisceau pour la topologie canonique de E. Comme pour tout X, $\Omega(X)$ est isomorphe à un élément de l'univers, le faisceau Ω est représentable (2.4.14.II).

<u>Définition 4.11</u> : On appelle <u>famille de co-supports de E</u> (ou par abus de langage, famille de supports de E) un sous-ensemble Φ de l'ensemble des ouverts de E qui possède les propriétés suivantes :

(S1) L'intersection d'un nombre fini d'ouverts appartenant à Φ est un élément de Φ.

(S2) Tout ouvert de E qui contient un ouvert de Φ, est un ouvert de Φ.

Soit X un objet de E, Φ une famille de cosupports de E. On désignera par $\Phi(X)$ la famille de cosupports de E/X obtenue par le changement de base $X \longrightarrow e$ (e objet final de E). Le foncteur $X \rightsquigarrow \Phi(X)$ est un sous-préfaisceau du faisceau Ω. Il est donc en particulier séparé.

Soit U_o un ouvert de E. L'ensemble des ouverts de E qui contiennent l'ouvert U_o est une famille de cosupports de E.

Soit F un A-Module de E. Posons :

$$\underline{H}^o_{\Phi}(F) = \varinjlim_{U\in\Phi} \underline{H}^o_{\complement U}(F) ,$$

$$H^o_{\Phi}(E/X,F) = \varinjlim_{U\in\Phi} H^o_{\complement U}(E/X,F) , \quad (X \text{ objet de } E) .$$